



## Programa de Curso

<p><b>Nombre:</b> Lenguaje Matemático <b>Sigla:</b> FD-5093 <b>Créditos:</b> 4 <b>Horas de trabajo presencial (por semana):</b> 4 <b>Horas de trabajo extraclase (por semana):</b> 8 <b>Nivel:</b> quinto año <b>Tipo de curso:</b> propio <b>Ciclo:</b> I-2023 <b>Modalidad:</b> teórico-práctico / presencial</p>	<p><b>Profesor:</b> Fabián W. Romero, Luis Alberto López Acosta, PhD. <b>Correo electrónico:</b> <a href="mailto:fabian.romero@ucr.ac.cr">fabian.romero@ucr.ac.cr</a>; <a href="mailto:lopezluis0912@gmail.com">lopezluis0912@gmail.com</a> <b>Oficina:</b> 322ED, 2511-3285 <b>Horario de consulta:</b> L 15h a 17h <b>Requisitos:</b> FD-0545 Investigación para el mejoramiento del aprendizaje. FD-0555 Seminario en la Enseñanza de la Matemática <b>Correquisitos:</b> ninguno</p>
---	--

### I. Descripción

Este curso pertenece al primer bloque de cursos de educación del programa de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Tiene como propósito general estudiar las relaciones existentes entre el lenguaje, el pensamiento y las matemáticas consideradas tanto en su totalidad como desde el punto de vista de su lenguaje particular, a fin de extraer conclusiones útiles para su enseñanza. Se dará énfasis a la comparación entre los procesos de pensamiento típicos del lenguaje que usamos en la vida diaria y los propios del pensamiento matemático, a fin de generar un marco conceptual para el análisis de algunos de los errores y dificultades que los estudiantes de secundaria presentan en el aprendizaje de esta asignatura.

### II. Objetivos del curso

1. Identificar las características centrales del pensamiento matemático y del lenguaje formal que le es propio.
2. Analizar los procesos de pensamiento relacionados con el lenguaje diario y con las matemáticas y su enseñanza.
3. Establecer similitudes y diferencias entre el lenguaje en general y el lenguaje matemático.
4. Construir un marco de referencia conceptual que permita identificar criterios para analizar críticamente las implicaciones del lenguaje en aquellos errores o dificultades conceptuales más significativos y que con más frecuencia se presentan en las aulas de matemáticas de la enseñanza media.
5. Extraer implicaciones didácticas que permitan generar alternativas de trabajo docente que fortalezcan el aprendizaje de las matemáticas.
6. Analizar y proponer alternativas para superar algunas de las posibles dificultades para la comprensión de un concepto específico por parte de un grupo de estudiantes de educación secundaria, que puedan explicarse a partir de los criterios identificados para el análisis de las implicaciones del lenguaje en la clase de matemáticas.

### III. Contenidos

1. ¿Las matemáticas son un lenguaje?
  - 1.1. El lenguaje
  - 1.2. Los lenguajes científicos
  - 1.3. Algunas características del lenguaje matemático
2. Lenguaje matemático escrito y hablado
  - 2.1. Características del lenguaje matemático escrito
  - 2.2. Características del lenguaje matemático hablado

3. Registro matemático
  - 3.1. El registro de las matemáticas
  - 3.2. La posibilidad de más registros
  - 3.3. Algunos patrones gramaticales del lenguaje matemático
  - 3.4. Semántica, pragmática y sintaxis de los símbolos algebraico.
4. Aspectos comunicativos en el aula de matemáticas
  - 4.1. Principios de la comunicación en el aula
  - 4.2. Objetivación: Reificación y alienación
5. Metáforas.
  - 5.1. Estructurales y extra-matemáticas
  - 5.2. Metáforas del objeto
6. Multimodalidad y multisemiosis.
  - 6.1. Fenómeno de intersemiosis
  - 6.2. Lenguaje natural
  - 6.3. Símbolos
  - 6.4. Imágenes
7. Análisis de discursos matemáticos.

#### IV. Metodología

Este curso promueve una metodología participativa, de modo que el estudiantado logre construir conocimiento y apropiarse en forma responsable y significativa de su aprendizaje. Se utilizarán técnicas y recursos que promuevan aportes críticos y creativos. Se promoverá el trabajo en equipo para potenciar el desarrollo personal y profesional del estudiantado. Específicamente, para el logro de los objetivos propuestos, se realizarán actividades como las siguientes: lectura crítica de diferentes autores (artículos de revistas y obras seleccionadas), análisis, síntesis y exposición, resolución de problemas, trabajo individual, discusión en grupos y elaboración de ensayos críticos. Para la presentación de trabajos escritos se debe utilizar el Manual de estilo de publicaciones de la American Psychological Association (Moreno y Carrillo, 2020).

El curso contará con un espacio en la plataforma virtual de la Universidad de Costa Rica (<http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>) en el que se encontrarán distintos recursos para el aprendizaje de los temas que componen el programa, así como la calendarización del curso. De igual modo, en el aula virtual se encontrarán actividades para trabajar en línea y otros propios del trabajo colaborativo. Además, en la plataforma se encontrarán los enlaces para las sesiones sincrónicas a través de la aplicación Zoom.

#### V. Evaluación

Rubro		Descripción	Valor
Comprobación de lecturas		Aspectos teóricos y prácticos sobre diferentes temáticas del curso — individual—.	10%
Asistencia y desarrollo de actividades en clase		Aspectos teóricos y prácticos sobre diferentes temáticas del curso — individual—.	10%
Talleres		Planeamiento y desarrollo de exposiciones según la lectura asignada —equipos—.	20%
Análisis de discursos matemáticos	Escritos	Análisis del discurso presente en textos escritos —equipos—.	15%
	Orales	Análisis del discurso presente en textos orales —equipos—.	15%
Proyecto Final		Reflexiones en torno al discurso matemático empleado en una clase real —individual—.	30%

#### Disposiciones Generales

- Todo trabajo debe ser presentado el día y a la hora señalada por el profesor.
- Cuidar la presentación, ortografía, redacción, calidad y letra de los materiales y trabajos que presenten, tanto en borrador como corregidos.
- Según las índoles de ciertos trabajos que se asignen, éstos deberán ser expuestos en clase. Se deberá aportar las correspondientes copias para cada uno de los compañeros y compañeras.

- Todo trabajo debe tomar en cuenta el derecho de autor. Recuerde que se deben realizar las citas correspondientes (directas o indirectas) de las referencias bibliográficas empleadas en los trabajos. Considere que la Universidad cuenta con normativa referente al plagio.
- En toda exposición se tomará en cuenta, además del dominio, la claridad de la comunicación.
- El contenido de las lecturas que se asignen debe ser dominado por el estudiante y será evaluado.
- Las horas de atención al estudiante serán solamente los días y horas establecidas en el horario de trabajo del profesor.
- Ninguna exposición o comprobación se repite, salvo en casos comprobados de enfermedad o situación especial o particular (se considera en este aspecto lo expuesto en el Reglamento de Evaluación de la U.C.R.).
- Por la naturaleza y la estructura del curso, no se eximirá ninguna persona de hacer cualquier de las evaluaciones establecidas. El estudiantado queda sujeto a los reglamentos de evaluación de la Universidad de Costa Rica.
- Todo estudiante en todo curso queda sujeto a los reglamentos de evaluación de la Universidad de Costa Rica.

## VI. Bibliografía obligatoria

- Austin, J., y Howson, A. (1979). Language and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 161–197.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a Multimodal Process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (Esp), 267-299.
- Drouhard, J.-P., y Teppo, A. (2004). Symbols and Language. Em K. Stacey, H. Chick, y M. Kendal, *The future of the teaching and learning of Algebra* (pp. 227-264). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Halliday, M. A. K. (1982). La sociolingüística y la educación. En M. A. K. Halliday (autor). *El Lenguaje como semiotica social: La interpretación social del lenguaje y el significado* (pp. 253-266) México: Fondo de Cultura Económica.
- Halliday, M.A.K. (1989). *Spoken and Written Language*, Oxford: University Press.
- Halliday, M. A. K. (1998). Language and knowledge: the unpacking of text. En J. Webster (Ed.), *The Collected Works of M. A. K. Halliday* (pp. 24-48). London, New York: Continuum.
- Halliday, M. A. K. (1993a). On the language of physical science. En M. Halliday, y J. Martin, *Writing Science: Literacy and Discursive Power* (pp. 59-75). London: Routledge.
- Halliday, M. A. K. (1993b). Some Grammatical Problems in Scientific English. In M. A. Halliday, y J. R. Martin, *Writing Science: Literacy and Discursive Power* (pp. 69-85). London: Routledge.
- Lee, C. (2006). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, Development of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.  
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Editorial Morata.
- Morgan, C. (2020). Mathematical language. In *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 540-543). Cham: Springer International Publishing.
- Morgan, C., Craig, T., Schuette, M., y Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM Mathematics Education*, 46, 843-853.
- O'Halloran, K. L. (2000). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education*, 10(3), 359–388.
- O'Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 40, 63–74.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L., Bardini, C., & Sabena, C. (2007). Perceiving the General. The Multi-Semiotic Dimension of Students' Algebraic Activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 507-530.

- Ríos, I. (2010). El Lenguaje: Herramienta de Reconstrucción del Pensamiento. *Razón y Palabra* (72). [https://repositori.upf.edu/bitstream/handle/10230/16347/Rios\\_raypa\\_10.pdf?sequence=1](https://repositori.upf.edu/bitstream/handle/10230/16347/Rios_raypa_10.pdf?sequence=1)
- Schlepppegrell, M. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writing Quarterly*, 23, 139-159.

## VII. Bibliografía complementaria

- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. España: Editorial Graó.
- Alsina, A., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. y Torra, M. (1996). *Enseñar Matemáticas*. España: Editorial Graó.
- Batanero, C. y Godino, J. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Editorial Alianza Psicológica.
- Contreras, I. (1994). El análisis de las metáforas que utilizamos diariamente: una alternativa metodológica para reflexionar acerca de nuestra práctica docente. *Revista Educación*, 18(2), 23-39.
- Chico, J. (2018). Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 31-47.
- Choppin, Jeffrey & Moschkovich, Judit & Casa, Tutita. (2020). *Crafting a Research Agenda for Writing to Reason Mathematically*. [https://www.researchgate.net/publication/343319379\\_Crafting\\_a\\_Research\\_Agenda\\_for\\_Writing\\_to\\_Reason\\_Mathematically](https://www.researchgate.net/publication/343319379_Crafting_a_Research_Agenda_for_Writing_to_Reason_Mathematically)
- De Guzmán, M. (2012). *Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas*. España: Grupo Anaya S.A.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali, Colombia: Artes Gráficas Univalle.
- Fandiño, M. (2011). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica* [2a ed.]. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Halliday, M. A. K. (1982). El Lenguaje como semiotica social: La interpretación social del lenguaje y el significado. México: Fondo de Cultura Económica.
- Halliday, M. A. K., y Martin, J. R. (1993). *Writing Science: Literacy and Discursive Power*. London: Routledge.
- Kilpatrick, J., Gómez P. y Rico, L. (1998). *Educación matemática*. Bogotá: Una empresa docente.
- Leal, A. (1987). *Construcción de sistemas simbólicos: la lengua escrita como creación*. Barcelona: Gedisa.
- MacGregor, M., & Price, E. (1999). *An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 449-467.
- MEP. (2013). *Programas de estudio de Matemática*. San José, Costa Rica.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. España: Ediciones Paidós Ibérica S.A.
- Papini, M. (2003). Algunas explicaciones Vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 41-71.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 111 – 126.
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 12(1), 45-56.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Watzlawick, P., Bavelas, J. y Jackson, D. (1989). *Teoría de la comunicación humana: interacciones, patologías y paradojas* [7a ed.]. España: Herder.

### VIII. Propuesta de cronograma del curso<sup>1</sup>

Sem	Fecha	Tema	Lecturas	Actividades
1	13/3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bienvenida.</li> <li>• Lectura del programa del curso.</li> <li>• ¿qué es el lenguaje y qué son los lenguajes científicos?</li> </ul>	-Ríos, I. (2010)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducción al curso.</li> <li>• Taller a cargo del profesor</li> <li>• Conformación de grupos de trabajo.</li> <li>• Lluvia de ideas</li> <li>• Lectura</li> </ul>
2	20/3	<p><b>Tema 1. ¿Las matemáticas son un lenguaje?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿qué es el lenguaje y qué son los lenguajes científicos?</li> <li>- ¿Qué características tienen los lenguajes científicos?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Halliday, M. A. K. (1993b). <i>Some Grammatical Problems in Scientific English.</i></li> <li>- -Halliday, M. A. K. (1993a). <i>On the language of physical science</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plenaria de revisión por equipos</li> <li>• Taller equipos 1, 2</li> <li>• Retroalimentación a cargo del profesor y grupo</li> </ul>
3	27/3	<p><b>Tema 1. ¿Las matemáticas son un lenguaje?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Constituyen las matemáticas un lenguaje?</li> <li>- El habla matemática de los alumnos.</li> </ul> <p><b>Tema 2. Lenguaje matemático escrito y hablado.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diferencias entre el discurso hablado y escrito.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pimm (1990, <b>Capítulos I y II</b>)</li> <li>- Halliday, M.A.K. (1989). <i>Spoken and Written Language</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Taller Equipos 3, 4 y 5.</li> <li>• Retroalimentación a cargo del profesor y grupo</li> </ul>
<b>SEMANA SANTA</b> 02 al 08 de abril				
4	10/4	<p><b>Tema 1. ¿Las matemáticas son un lenguaje?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Incrementar el discurso, incrementar el aprendizaje.</li> <li>- Lenguaje matemático, qué es y qué no es.</li> <li>- Características del lenguaje matemático.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lee (2010, <b>Capítulos I y II</b>)</li> <li>- Morgan, C. (2020). <i>Mathematical language.</i></li> <li>- Austin, J., y Howson, A. (1979). <i>Language and mathematics education</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Taller Equipos 6, 7 y 8.</li> <li>• Retroalimentación a cargo del profesor y grupo</li> </ul>
5	17/4	<p><b>Tema 3. El registro matemático.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La comunicación abierta y encubierta en clase.</li> <li>- El registro matemático.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pimm (1990, <b>Capítulos III y IV</b>)</li> <li>- Halliday, M. A. K. (1982). <i>El Lenguaje como semiotica social: La interpretación social del lenguaje y el</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Taller Equipo 9</li> <li>• Taller a cargo del profesor</li> </ul>

<sup>1</sup> El cronograma del curso es una guía para el docente, este tiene toda libertad para adaptarlo según el desarrollo del curso, así como la bibliografía utilizada.

			<i>significado.</i> <b>(Capítulo XI)</b>	
<b>6</b>	24/4	<b>Tema 4. Aspectos comunicativos en el aula de matemáticas</b>  - <b>Semana Universitaria:</b> 24 al 30 de abril.	- Sfard, A. (2008). <i>Thinking as Communicating: Human Development, Development of Discourses, and Mathematizing</i> - Morgan, C., Craig, T., Schuette, M., y Wagner, D. (2014). <i>Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field</i>	• Lectura individual y trabajo asíncrono. ( <b>no evaluable</b> )
<b>7</b>	01/05	<b>Tema 4. Aspectos comunicativos en el aula de matemáticas</b> - Principios de la comunicación en el aula - Objetivación: Reificación y alienación	- Sfard, A. (2008). <i>Thinking as Communicating: Human Development, Development of Discourses, and Mathematizing</i> - Morgan, C., Craig, T., Schuette, M., y Wagner, D. (2014). <i>Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field</i>	<b>Trabajo asíncrono</b>  Foro de discusión “La comunicación en el aula de matemáticas” en la plataforma de mediación virtual
<b>8</b>	08/5	<b>Tema 2. Lenguaje matemático escrito y hablado.</b> - Trabajos matemáticos escritos por los alumnos. - Algunas características del sistema matemático de escritura. - La sintaxis de las formas matemáticas escritas. - Símbolos y lenguaje.	- Pimm (1990, <b>Capítulos V y VI</b> ) - Pimm (1990, <b>Capítulos VII y VIII</b> ) - Halliday, M.A.K. (1989). <i>Spoken and Written Language</i> - Drouhard, J.-P., y Teppo, A. (2004). <i>Symbols and Language</i>	• Exposición Equipos 1, 2, 3 y 4. • Retroalimentación a cargo del profesor y grupo
<b>9</b>	15/5	<b>Tema 5. Metáforas</b> - Metáforas estructurales y extra-matemáticas - Metáforas gramaticales - Metáforas semióticas	- Pimm (1990, <b>Capítulo XIX</b> ) - Halliday, M. A. K. (1998). <i>Language and knowledge: the unpacking of text</i>	• Taller Equipo 5 y 6 • Plenaria y actividad a cargo del profesor
<b>10</b>	22/5	<b>Tema 6. Multimodalidad y multisemiosis</b>	- O'Halloran, K. L. (2000). <i>Classroom</i>	• Taller Equipo 7 y 8

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Intersemiosis</li> <li>- Multimodalidad y multisemiosis</li> <li>- Acercamientos multimodales al estudio y desarrollo del lenguaje matemático en el aula.</li> </ul>	<p><i>discourse in mathematics: A multisemiotic analysis</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O'Halloran, K. L. (2015). <i>The language of learning mathematics: A multimodal perspective</i></li> <li>- Arzarello, F. (2006). <i>Semiosis as a Multimodal Process</i></li> <li>- Radford, L. (2003). <i>Gestures, speech, and the sprouting of signs</i></li> <li>- Radford, L., Bardini, C., &amp; Sabena, C. (2007). <i>Perceiving the General. The Multi-Semiotic Dimension of Students' Algebraic Activity</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plenaria y actividad a cargo del profesor</li> </ul>
<b>11</b>	29/5	<p><b>Tema 7. Análisis del discurso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Empezar a hablar en la clase de matemáticas.</li> <li>- Evaluación para el aprendizaje.</li> <li>- Análisis del discurso</li> </ul>	Lee (2010, <b>Capítulos III y IV</b> )	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Taller Equipo 9</li> <li>• Plenaria y actividad a cargo del profesor</li> <li>• Análisis de discursos escritos por equipos</li> </ul>
<b>12</b>	05/6	<p><b>Tema 7. Análisis del discurso</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Análisis del discurso</li> <li>- Presentación del video para proyecto final</li> <li>- Trabajo proyecto final</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposición del análisis del discurso oral</li> <li>• Revisión de video para proyecto final</li> <li>• Trabajo proyecto final</li> </ul>
<b>13</b>	12/6	Atención por Equipos previo al Proyecto Final		
<b>14</b>	19/6	Atención por Equipos previo al Proyecto Final		
<b>15</b>	26/6	<b>Presentación Proyecto Final</b>		
<b>16</b>	03/7	<b>Presentación Proyecto Final</b>		
	07/7	Fin de lecciones		
<b>17</b>	08/7	Cierre del Curso <b>Entrega de Promedios</b>		
<b>18</b>	10/7	<b>Examen de Ampliación</b>		